ATURAN SINUS, COSINUS DAN LUAS SEGITIGA

KELAS X MATEMATIKA WAJIB

PENYUSUN
Tinasari Pristiyanti

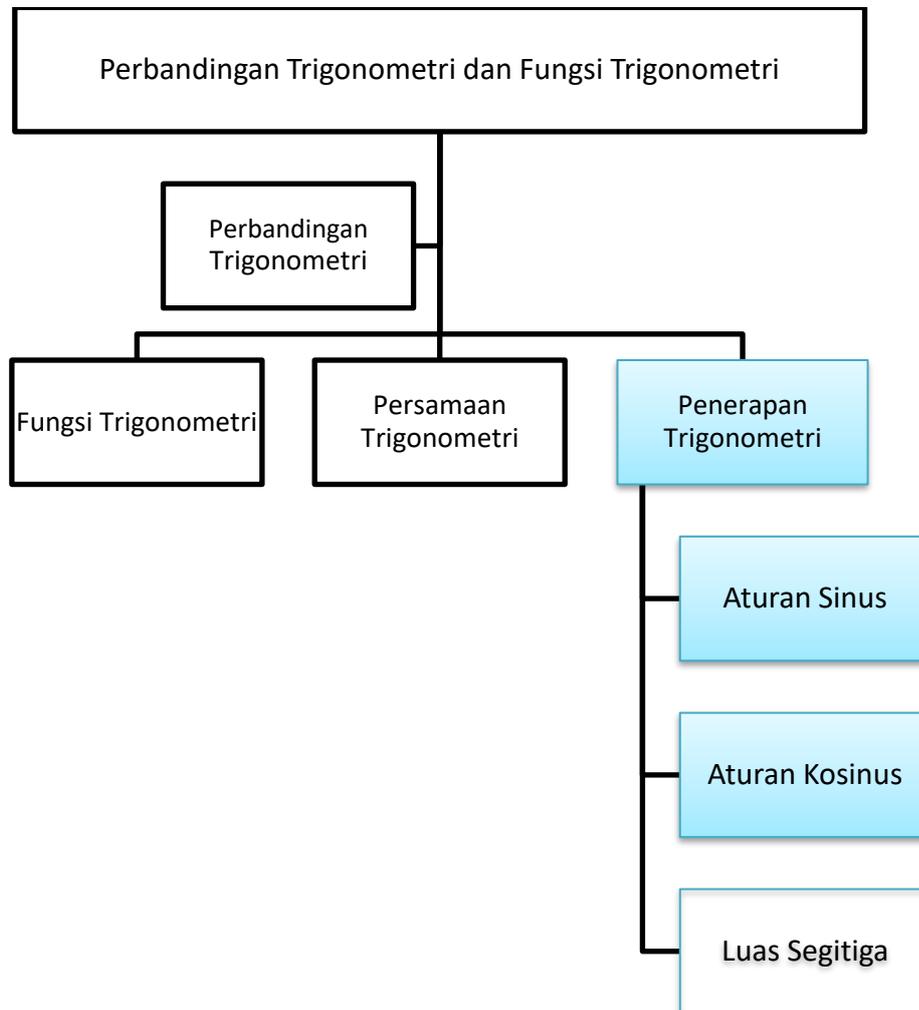
SMA Negeri 3 Bogor

DAFTAR ISI

GLOSARIUM

Trigonometri	:	adalah ilmu matematika yang mempelajari tentang sudut, sisi, dan perbandingan antara sudut terhadap sisi
Koordinat cartesius	:	Suatu sistem koodinat yang menggunakan dua garis lurus yang saling tegak lurus dan berarah dalam menentukan kedudukan suatu titil pada bidang
Sinus	:	perbandingan sisi segitiga yang ada di depan sudut dengan sisi miring
Cosinus	:	perbandingan panjang dalam sebuah segitiga antara sisi samping sudut dengan sisi miringnya
Koordinat kutub	:	Suatu koordinat yang menggunakan sebuah sinar garis sebagai patokan muka dalam menentukan kedudukan suatu titik pada bidang.

PETA KONSEP

Perbandingan Trigonometri dan Fungsi Trigonometri
Perbandingan Trigonometri
Fungsi Trigonometri
Persamaan Trigonometri
Penerapan Trigonometri
Aturan Sinus
Aturan Kosinus
Luas Segitiga

PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	: Matematika Wajib
Kelas	: X
Alokasi Waktu	: 2 Kegiatan Pembelajaran (2 x 90 menit)
Judul Modul	: Aturan Sinus dan Cosinus

B. Kompetensi Dasar

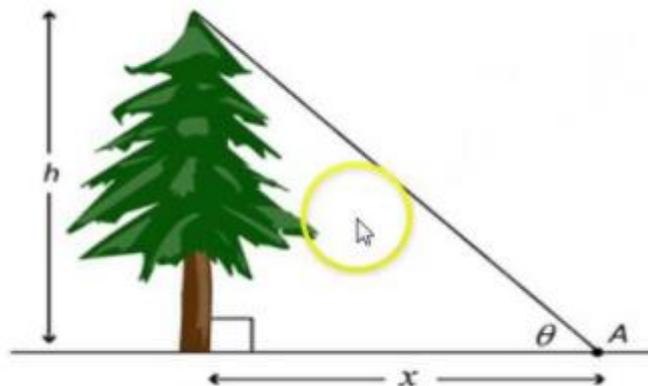
3. 9 Menjelaskan aturan sinus dan cosinus

4.9 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan sinus dan cosinus

C. Deskripsi Singkat Materi

Matematika adalah hasil sebuah pemikiran manusia terhadap fenomena yang terkaji yang ada disekitar kita dan bagaimana kita dapat menyelesaikannya. Kejadian disekitar kita tidak langsung berhuhungan dengan matematika, namun matematika adalah alat bantu supaya masalah yang kita hadapi dapat kita selesaikan. Hal ini membuat mengapa matematika salah satu ilmu penting yang harus kita kuasai.

Salah satu cabang matematika adalah Trigonometri. Trigonometri adalah suatu sistem perhitungan yang berkaitan dengan panjang dan sudut pada segitiga. Trigonometri banyak membantu disiplin ilmu lain dalam perhitungannya, seperti astronomi termasuk navigasi, di laut, udara, dan angkasa, teori musik, akustik, optik dan masih banyak lagi. Aturan Sinus dan Cosinus merupakan salah satu hasil dari penerapan Trigonometri dalam bidang kehidupan sehari-hari.

Perhatikan ilustrasi berikut!

Amin berdiri sejauh 20 meter dari sebuah pohon dan memandang pucuk pohon cemara dengan sudut pandang sebesar 30^0.
Bagaimana cara kita menentukan tinggi pohon cemara?

Permasalahan di atas dapat kita selesaikan dengan menggunakan trigonometri. Aplikasi trigonometri yang sering kita gunakan adalah dikenal dengan Aturan Sinus, Aturan Cosinus dan Luas Segitiga. Aturan Sinus adalah aturan penting yang berfungsi untuk menghubungkan sisi dan sudut segitiga. Aturan Sinus dapat digunakan dalam segitiga apapun dengan sisi dan sudut berlawanannya diketahui.
Sedangkan aturan Cosinus adalah menghubungkan ketiga sisi ke satu sudut. Aturan Cosinus digunakan untuk menjelaskan hubungan antara nilai Cosinus dan kuadrat panjang sisi pada salah satu sudut segitiga. Sedangkan aturan Luas Segitiga digunakan untuk menentukan luas segitiga jika diketahu sudut apit dan sisi apit dari sebuah segitiga.
Selain Aturan Sinus dan Aturan Cosinus, maka ada juga aturan dalam segitiga yang terkait dengan Luas Segitiga. Suatu segitiga sembarang dapat kita hitung luasnya tidak hanya dengan menggunakan rumus luas segitiga biasa yang kita kerjakan, namun dengan menggunakan trigonometri. Ketiga hal tersebut akan sama-sama kita pelajari dalam modul ini.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Agar modul ini bisa kalian gunakan secara maksimal maka diharapkan melakukan langkah – langkah sebagai berikut:

1. Pelajari dan pahami peta konsep yang disajikan dalam setiap modul.
2. Pelajarilah dan pahami tujuan yang tercantum dalam setiap kegiatan pembelajaran.
3. Sebelum mempelajari materi ini, maka sebaiknya kalian telah memahami materi terkait dengan rasio trigonometri dan nilai trigonometri sudut-sudut istimewa
4. Pelajarilah uraian materi secara sistematis dan mendalam setiap kegiatan pembelajaran.
5. Kerjakanlah latihan soal di setiap akhir kegiatan pembelajaran untuk mengukur tingkat penguasaan materi.
6. Lanjutkan pada kegiatan pembelajaran berikutnya jika sudah mencapai ketuntasan yang diharapkan dengan nilai minimal 75.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi **2** kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Kegiatan Pembelajaran Pertama : Aturan Sinus

Kegiatan Pembelajaran Kedua : Aturan Cosinus dan Luas Segitiga

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
Aturan Sinus

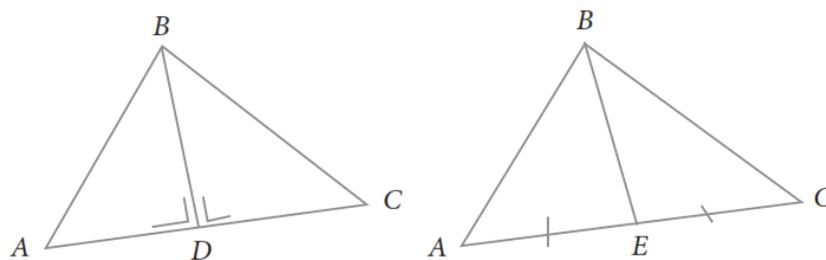
A. Tujuan Pembelajaran

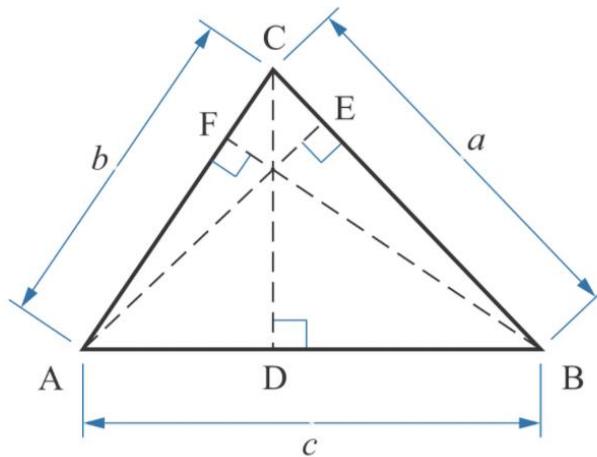
Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini kalian diharapkan:
1. Mampu menjelaskan aturan sinus dengan benar
2. Mampu menyelesaikan aturan sinus dengan benar
3. Mampu menggunakan Aturan Sinus untuk menyelesaikan masalah kontekstual

B. Uraian Materi

Pada bahasan kali ini, kita akan menemukan rumus-rumus trigonometri yang berlaku pada sembarang segitiga. Dalam sebuah segitiga sembarang maka yang menjadi permasalahan utama adalah menentukan panjang sisi dan besar sudut segitiga. Jika hanya sebuah panjang sebuah segitiga diketahui, apakah kita dapat menentukan panjang sisi-sisi yang lainnya? Atau apakah kita dapat menentukanbesar sudutnya? Sebaliknya, jika hanya sebuah sudut segitiga yang diketahui, apakah kita dapat menentukan besar sudut-sudut yang lain dan panjang sisi-sisinya?

Pada materi sebelumnya kita telah mempelajari bahwa dalam sebuah segitiga siku-siku sembarang kita dapat menentukan perbandingan trigonometrinya. Dengan mudah kita dapat menetukan nilai sinus, Cosinus dan perbandingan trigonometri lainnya. Pertanyaan akan muncul bagaimana jika menggunakan konsep perbandingan trigonometri tersebut pada suatu segitiga sama kaki, segitiga sam asisi atau bahkan segitiga sembarang? Untuk menjawab pertanyaan tersebut maka ingatlah kembali konsep yang pernah kita ketahui sebelumnya terkait dengan garis tinggi dan garis berat sebuah segitiga sembarang.

Perhatikan gambar berikut:

Ingat kembali bahwa pada setiap segitiga sembarang, diperoleh bahwa garis tinggi adalah suatu garis yang dibentuk dari suatu sudut dan berpotongan tegak lurus dengan sisi dihadapannya. Maka pada gambar di atas diperoleh bahwa BD merupakan salah satu garis tinggi dari segitiga ABC. Sedangkan garis berat adalah suatu garis yang dibentuk dari suatu sudut dan memotong sisi dihadapannya menjadi dua bagian sama panjang. Maka pada gambar diatas, BE adalah garis berat segitiga ABC.

Perhatikan gambar dibawah ini!

Misalkan ABC adalah segitiga sembarang dengan panjang AB, BC dan AC masing-masing adalah c satuan, a satuan dan b satuan. Garia AE, BF dan CD masing-masing adalah garis tinggi segitiga ABC yang dibentuk dari ∠A, ∠B dan ∠C.

Perhatikan!

a. Segitiga siku-siku ACD dengan AD ⊥ CD.
   Maka dengan perbandingan trigonometri diperoleh bahwa:
   $Sin\ A = \frac{CD}{AC}$
   CD = AC Sin A atau CD = b Sin A   persamaan (1)
b. Segitiga siku-siku BCD dengan BD ⊥ CD.
   Maka dengan perbandingan trigonometri diperoleh bahwa:
   $Sin\ B = \frac{CD}{BC}$
   CD = BC Sin B atau CD = a Sin B   persamaan (2)

   Dari persamaan (1) dan (2) maka diperoleh bahwa:
   CD = b Sin A dan CD = a Sin B, maka
   b Sin A = a Sin B atau dapat dituliskan sebagai:
   $\frac{a}{Sin\ A} = \frac{b}{Sin\ B}$ persamaan (3)

c. Segitiga siku-siku ABE dengan AE ⊥ EB.
   Maka dengan perbandingan trigonometri diperoleh bahwa:
   $Sin\ C = \frac{AE}{AB}$
   AE = AB Sin B atau AE = c Sin B   persamaan (4)
d. Segitiga siku-siku ACE dengan AE ⊥ CE.
   Maka dengan perbandingan trigonometri diperoleh bahwa:
   $Sin\ C = \frac{AE}{AC}$
   AE = AC Sin C atau AE = b Sin C   persamaan (5)

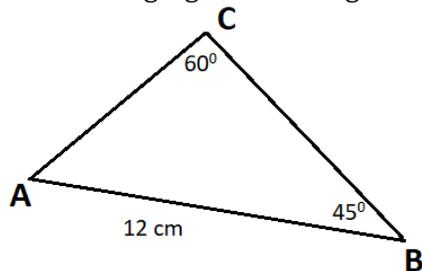
   Dari persamaan (4) dan (5) maka diperoleh bahwa:
   AE = c Sin B dan AE = b Sin C, maka
   c Sin B = b Sin C atau dapat dituliskan sebagai:
   $\frac{c}{Sin\ C} = \frac{b}{Sin\ B}$ persamaan (6)

Berdasarkan persamaan (3) dan (6) maka diperoleh bahwa:

$$\frac{a}{Sin\ A} = \frac{b}{Sin\ B} = \frac{c}{Sin\ C}$$

Persamaan diatas disebut dengan **Aturan Sinus**

Contoh 1.

Diberikan segitiga sembarang ABC seperti pada gambar dibawah ini!

Tentukan panjang sisi AC?

Jawab:

Jika panjang sisi AB = c = 12 cm, dan sisi AC = b cm maka diperoleh bahwa

$$\frac{b}{Sin\ B} = \frac{c}{Sin\ C}$$

$$\frac{b}{Sin\ 45^0} = \frac{12}{Sin\ 60^0}$$

$$b = \frac{12\ Sin\ 45^0}{Sin\ 60^0} = \frac{12.\frac{1}{2}\sqrt{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Ingat!
Bentuk irrasional, maka harus diubah dengan mengalikan dengan sekawannya

Maka bentuk diatas akan menjadi

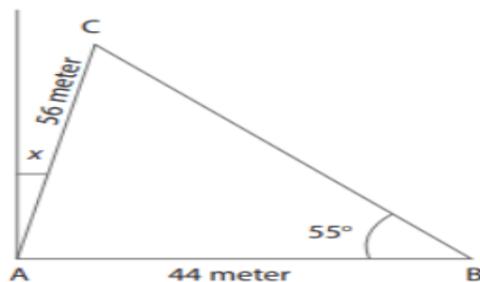
$$b = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{2}\ \sqrt{3}}{\sqrt{3}\ \sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{6}}{3} = 4\sqrt{6}$$

Maka panjang AC = b = $4\sqrt{6}$ cm

Contoh 2.

Pada awalnya, Menara Pisa dibangun dengan ketinggian 56 m. Ternyata, tanah di lokasi pembangunan menara rentan akan kerapuhan, sehingga terjadi kemiringan. Pada jarak 44 m dari dasar menara diperoleh sudut elevasi 55^0, tentukan derajat kemiringan menara dari posisi awalnya!

Jawab:

Permasalahan di atas dapat kita ilustrasikan seperti pada gambar dibawah ini!

Kita dapat menggunakan aturan sinus untuk menyelesaikan permasalahan di atas.
Dari ilustrasi di atas maka diperoleh bahwa:

$$\frac{AB}{Sin\ C} = \frac{AC}{Sin\ B}$$

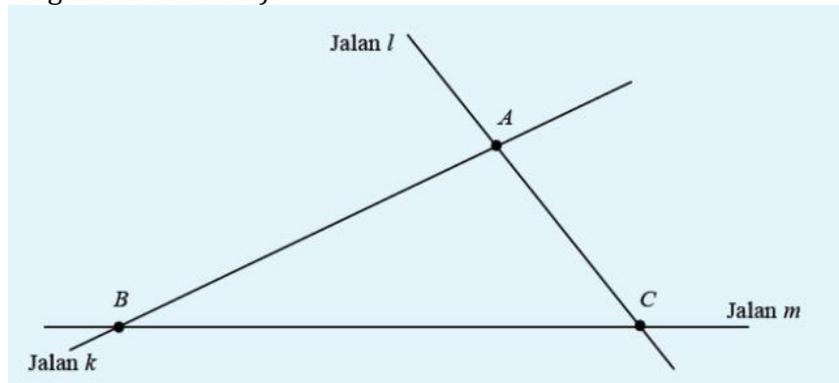
maka

$\frac{44}{Sin\ C} = \frac{56}{Sin\ 55^0}$ maka diperoleh bahwa:

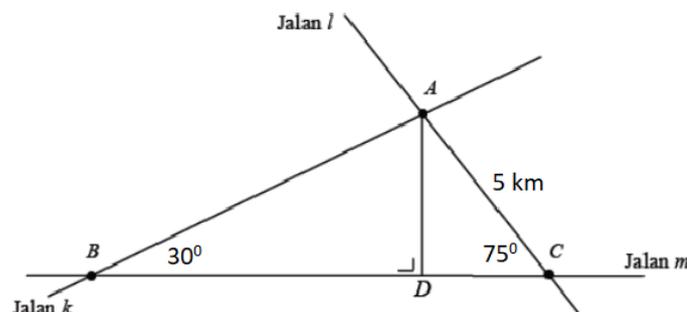
$$Sin\ C = \frac{44. Sin\ 55^0}{56} = 0,6436$$

Dengan menggunakan kalkulator, maka diperoleh bahwa ∠C = 40^0.
Karena besar sudut dalam sebuah segitiga adalah 90^0 maka
∠C = 180^0 – (∠B + ∠C) = 180^0 - 95^0 = 85^0.
Sehingga kemiringan Menara Pisa = 90^0 – 85^0 = 5^0

Contoh 3.

Jalan K dan jalan L berpotongan di kota A. Dinas tata kota ingin untuk menghubungkan Kota B dengan Kota C dengan membangun jalan M yang memotong kedua jalan yang ada (seperti gambar dibawah).

Jarak antara Kota A dan Kota C adalah 5 km, dan sudut yang dibentuk oleh jalan M dan jalan L sebesar 75^0 sedangkan sudut yang dibentuk oleh jalan K dan jalan M adalah 30^0. Tentukan jarak kota A dan Kota B!

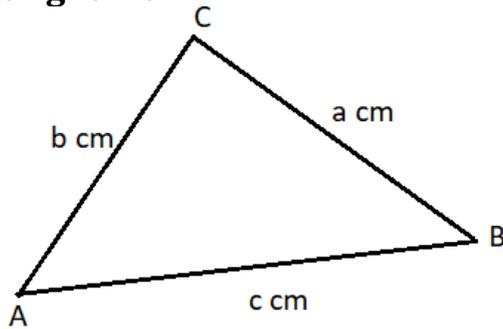
Jawab:

Berdasarkan ilustrasi gambar di atas, maka buatlah garis tinggi segitiga ABC dari A.

Dengan menggunakan aturan segitiga, maka diperoleh bahwa:

$$\frac{AB}{Sin\ C} = \frac{AC}{Sin\ B} \text{ atau } AB = \frac{AC\ Sin\ C}{Sin\ B}$$

$$AB = \frac{5\ .Sin\ 75^0}{\frac{1}{2}} = \frac{5\ .0,965}{\frac{1}{2}} = 10\ .0,965 = 9,65$$

Jadi jarak antara Kota A dan Kota B adalah 9,65 km.

C. Rangkuman

Pada sembarang segitiga ABC dengan panjang masing-masing sisi adalah a, b dan c dan ∠A, ∠B dan ∠C maka berlaku Aturan Sinus sebagai berikut:

$$\frac{a}{Sin\ A} = \frac{b}{Sin\ B} = \frac{c}{Sin\ C}$$

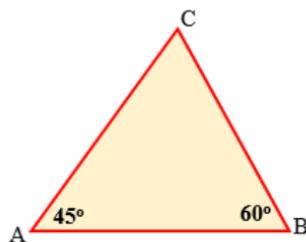
D. Latihan Soal

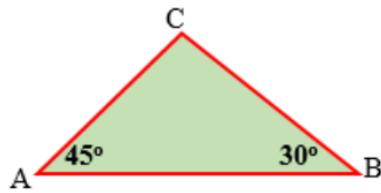
Kerjakan soal-soal berikut dengan memilih jawaban yang paling tepat!

1. Berdasarkan aturan sinus, maka hubungan antara panjang sisi dan besar sudut dalam segitiga ABC berikut yang benar adalah ....
   A. $a = \frac{Sin\ A.Sin\ B}{b}$
   B. $a = \frac{c.Sin\ B}{Sin\ C}$
   C. $b = $ a Sin B
   D. $c = \frac{b.SinC}{Sin\ B}$
   E. c = b.Sin A

2. Pada segitiga ABC dengan panjang a = 8 cm, b = $4\sqrt{2}$ cm dan ∠A = 45^0, maka besar ∠B adalah ....
   A. 30^0
   B. 45^0
   C. 55^0
   D. 60^0
   E. 75^0

3. Diberikan segitiga ABC dengan besar ∠A = 30^0, ∠C = 105^0 dan panjang BC = 10 cm. Maka panjang AC adalah ....
   A. 5 cm
   B. $5\sqrt{3}$ cm
   C. $10\sqrt{2}$ cm
   D. $10\sqrt{3}$ cm
   E. $\frac{10}{3}\sqrt{3}$ cm

4. Perhatikan gambar dibawah ini!

Perbandingan panjang antara BC : AC adalah ....
   A. 3 : 4
   B. 4 : 3
   C. $\sqrt{2} : \sqrt{3}$
   D. $\sqrt{3} : 2\sqrt{2}$
   E. $\sqrt{3} : \sqrt{2}$

5. Perhatikan gambar dibawah ini!

Dua orang mulai berjalan masing-masing dari titik A dan titik B pada saat yang bersamaan. Supaya A dan B sampai dititik C pada waktu yang bersamaan pula maka kecepatan berjalan dari titik A harus ….

A. 2 kali kecepatan orang yang berjalan dari tiitk B
B. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ kali kecepatan orang yang berjalan dari tiitk B
C. $\sqrt{2}$ kali kecepatan orang yang berjalan dari tiitk B
D. $2\sqrt{2}$ kali kecepatan orang yang berjalan dari tiitk B
E. $\sqrt{3}$ kali kecepatan orang yang berjalan dari tiitk B

6. Diberikan segitiga ABC dengan panjang sisi a dan b berturut-turut 9 cm dan 12 cm. Sudut B = 42^0 maka besar sudut C adalah …. (gunakan bahwa Sin 42^0 = 0,669 dan Cos 42^0 = 0.743)

A. 30^0
B. 72^0
C. 102^0
D. 108^0
E. 252^0

7. Diketahui segitiga MAB dengan AB = 300 cm, sudut MAB = 60^0 sudut ABM = 75^0, maka panjang AM = ….

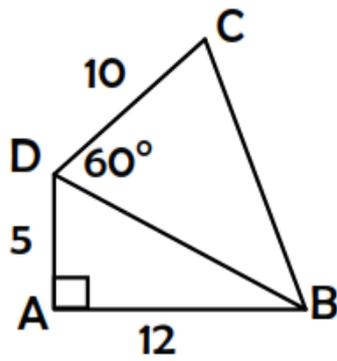
A. $150\left(1+\sqrt{3}\right)$ cm
B. $150\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$ cm
C. $150\left(3+\sqrt{3}\right)$ cm
D. $150\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)$ cm
E. $150\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)$ cm

8. Dalam segitiga ABC dengan panjang sisi AC = 8, BC = $4\sqrt{2}$ besar sudut ABC = 45^0 maka nilai Tan $\angle$BAC = ….

A. $\frac{1}{3}\sqrt{2}$
B. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
C. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
D. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
E. $\sqrt{2}$

9. Pada sebuah segitiga ABC diketahui bahwa $\angle A = 30^0$ dan $\angle B = 60^0$. Jika panjang sisi a + c = 9 cm, maka panjang sisi b adalah ….

A. $2\sqrt{3}$
B. $3\sqrt{3}$
C. $2\sqrt{3}$
D. $3\sqrt{2}$
E. 3

10. Perhatikan gambar berikut!

Diberikan segitiga ABCD seperti pada gambar di samping. Luas ABCD adalah ….

A. $60 + \frac{65}{2}\sqrt{3}$
B. $30 + 136\sqrt{3}$
C. $30 + 65\sqrt{3}$
D. $30 + \frac{65}{2}\sqrt{3}$
E. $10 + 130\sqrt{3}$

PEMBAHASAN SOAL LATIHAN

1. **Jawaban : D**

Pembahasan:

Aturan Sinus menyebutkan bahwa $\frac{c}{Sin\ C} = \frac{b}{Sin\ B} \Rightarrow c = \frac{b\ Sin\ C}{Sin\ B}$

2. **Jawaban: A**

Pembahasan:

Dengan menggunakan aturan sinus maka diperoleh bahwa:

$$\frac{b}{Sin\ B} = \frac{a}{Sin\ A} \Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{Sin\ B} = \frac{8}{Sin\ 45^0} \Rightarrow Sin\ B = \frac{4\sqrt{2}\ .\frac{1}{2}\sqrt{2}}{8} = \frac{1}{2}$$

Karena $Sin\ B = \frac{1}{2}$ maka besar ∠B = 30^0

3. **Jawaban: C**

Pembahasan:

Karena jumlah sudut dalam sebuah segitiga adalah 180^0, maka

∠B = $180^0 - (30^0 + 105^0) = 45^0$.

Dengan menggunakan Aturan Sinus maka diperoleh bahwa:

$$\frac{AC}{Sin\ 45^0} = \frac{10}{Sin\ 30^0} \Rightarrow \frac{AC}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{10}{\frac{1}{2}} \Rightarrow AC = 10\sqrt{2}$$

4. **Jawaban: C**

Pembahasan:

Jumlah sudut dalam seuah segtiga = 180^0 maka diperoleh bahwa

∠B = 180^0 – (∠A + ∠C) = $180^0 - 145^0 = 45^0$.

Panjang BC = a = 10 cm, maka panjang AC = b dapat diperoleh dari

$$\frac{b}{Sin\ B} = \frac{a}{Sin\ A}$$

$\frac{b}{Sin\ 45^0} = \frac{10}{Sin\ 30^0}$ atau $b = \frac{10\ .\frac{1}{2}\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = 10\sqrt{2}$ cm

5. **Jawaban : B**

Pembahasan:

Ingatlah kembali konsep terkait dengan kecepatan, dimana $v = \frac{s}{t}$ atau $t = \frac{s}{v}$

Dengan v = kecepatan, s = jarak dan t adalah waktu tempuh

Gunakan aturan segitiga diperoleh bahwa: $\frac{a}{Sin\ A} = \frac{b}{Sin\ B} \Rightarrow \frac{Sin\ B}{Sin\ A} = \frac{b}{a}$

Waktu yang dibutuhkan untuk orang yang berjalan dari titik A sama dengan waktu tembuh yang berjalan dari titik B, maka diperoleh bahwa $t_A = t_B$

Maka $t_A = t_B \Rightarrow \frac{s_A}{v_A} = \frac{s_B}{v_B} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{s_A}{v_B}$

Dengan $s_A = b$ dan $s_B = a$ maka diperoleh bahwa:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{Sin\ B}{Sin\ A} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{Sin\ 30^0}{Sin\ 45^0} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

Maka diperoleh bahwa : $v_A = \frac{1}{2}\sqrt{2}\ v_B$

6. **Jawaban : D**

Pembahasan :

Dengan menggunakan aturan sinus maka diperoleh:

$$\frac{a}{Sin\ A} = \frac{b}{Sin\ B}$$

$$\frac{9}{Sin\ A} = \frac{12}{Sin\ 42}$$

$$\frac{9}{Sin\ A} = \frac{12}{0{,}669}$$

Maka

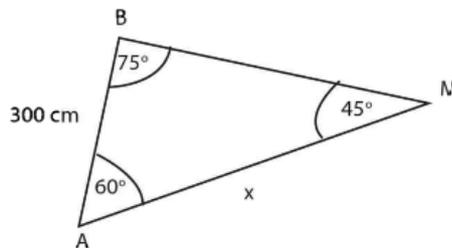
$$Sin\ A\ = \frac{9\ x\ 0.669}{12} = 0.50$$

Sehingga diperoleh $\angle A = 30^0$

Karena besar sudut dalam sebuah segitiga adalah 180^0 maka

$\angle C = 180^0 - (\angle A + \angle B) = 180^0 - (30^0 + 42^0) = 180^0 - 72^0 = 108^0$

7. **Jawaban : A**

Pembahasan:

$\Leftrightarrow$ $\angle AMB = 180° - (75° + 60°) = 45°$

$\Leftrightarrow$ Perhatikan ΔABM!

$$\frac{x}{\sin 75°} = \frac{300}{\sin 45°}$$

$$\frac{x}{\frac{1}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2})} = \frac{300}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$$

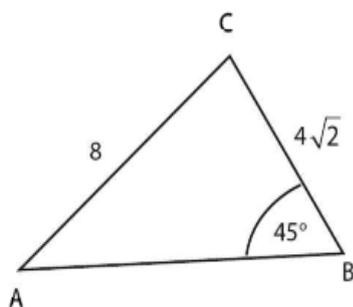
$$= \frac{75(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}.\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)$$

$$x = 75(\sqrt{12}+\sqrt{4})$$

$$x = 75(2\sqrt{3}+2)$$

$$x = 150(1+\sqrt{3})$$

8. **Jawaban : B**

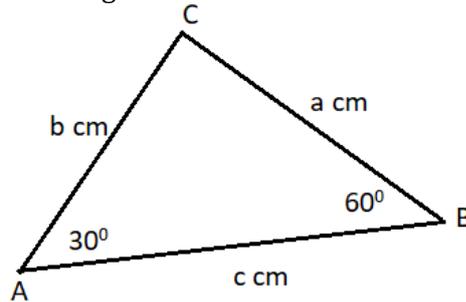
Pembahasan:

$\Leftrightarrow$ Perhatikan ΔABC!

$$\frac{4\sqrt{2}}{\sin \angle BAC} = \frac{8}{\sin 45°}$$

$$\sin\ \angle BAC = \frac{4\sqrt{2}.\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\angle BAC = 30°$$

$\Leftrightarrow$ $\tan\ \angle BAC = \tan\ 30° = \frac{1}{3}\sqrt{3}$

9. **Jawaban: B**
Pembahasan:
Perhatikan gambar berikut:

Karena jumlah sudut dalam sebuah segitiga = 180^0 maka diperoleh bahwa:
$\angle C = 180^0 - (\angle A + \angle B) = 180^0 - (30^0 + 60^0) = 90^0$.
Dengan menggunakan aturan sinus maka:
$\frac{a}{Sin\ 30^0} = \frac{c}{Sin\ 90^0}$ maka $\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{c}{1}$ atau $c = 2a$.
Karena a + c = 9 dan c = 2a maka a + 2a = 3a = 9 → maka a = 3
Jika a = 3 maka c = 9 – 3 = 6 cm.
Untuk menentukan panjang sisi b, maka diperoleh bahwa:
$\frac{b}{Sin\ 60^0} = \frac{a}{Sin\ 30^0} \rightarrow \frac{b}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} \rightarrow b = 3\sqrt{3}$

10. **Jawaban: D**
Pembahasan:
Berdasarkan dengan Phytagoras:
$BD = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$
Luas ABCD = Luas ABD + Luas BCD = $\frac{1}{2}.5.12 + \frac{1}{2}.1.13\ Sin\ 60^0 = 30 + \frac{65}{3}\sqrt{3}$

F. Penilaian Diri

Berilah tanda V pada kolom "Ya" jika kalian mampu dan "Tidak" jika belum mampu memahami kemampuan berikut:

Kemampuan Diri	Ya	Tidak
Mampu menjelaskan Aturan Segitiga dalam sebuah segitiga sembarang		
Mampu menyelesaikan aturan sinus dengan benar		
Mampu menyelesaikan masalah konstektual yang berhubungan dengan Aturan Sinus		

Kalian bisa meneruskan ke materi berikut jika semua kolom diceklist "YA". Jika masih ada kolom yang "TIDAK", maka baca kembali dan kembali ke bagian awa. Dari modul ini.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
Aturan Cosinus dan Luas Segitiga

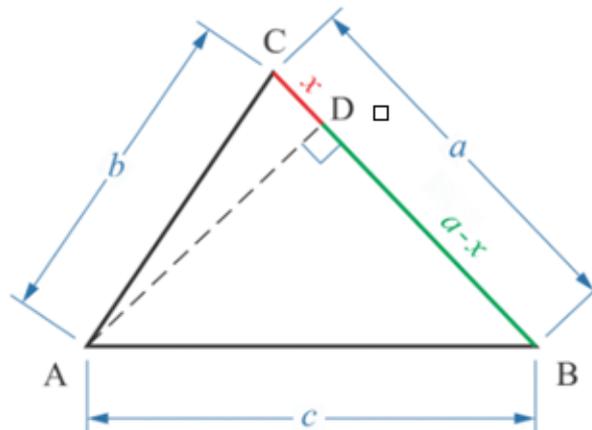
A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan siswa:
1. Mampu menjelaskan aturan cosinus dengan benar
2. Mampu menjelaskan penyelesaian aturan cosinus dengan benar
3. Mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan cosinus dengan benar
4. Mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan Luas Segitiga dengan benar

B. Uraian Materi

1. Aturan Cosinus

Aturan cosinus adalah salah aturan dalam trigonometri yang menjelaskan hubungan antara kuadrat panjang sisi dengan nilai cosinus dari salah satu sudut dalam sebuah segitiga. Aturan cosinus digunakan untuk menentukan besar salah satu sudut segitiga saat tiga sisi segitiga diketahui. Selain itu aturan cosinus dapat pula digunakan untuk menentukan salah satu sisi segitiga saat diketahui dua sisi dan sudut apitnya. Pembuktian rumus aturan cosinus dapat dilihat dari uraian dibawah ini.

Perhatikan gambar dibawah ini!
Misalkan panjang AB = c cm, BC = a cm, dan AC = b cm. Jika panjang CD = x cm, maka panjang BD = (a – x) cm.

a) Perhatikan segitiga ACD dimana AD tegak lurus CD.
Maka dengan menggunakan Teorema Phytagoras diperoleh bahwa:
$AD^2 = AC^2 - CD^2$ atau $AD^2 = b^2 - x^2$ persamaan (1)
Ingatlah kembali bahwa:
$Cos\ C = \frac{CD}{AC} = \frac{x}{b}$ atau $x = b\ Cos\ C$ persamaan (2)

Perhatikan segitiga ABD dimana AD tegak lurus BD.
Maka dengan menggunakan Teorema Phytagoras diperoleh bahwa:
$AD^2 = AB^2 - BD^2$ atau $AD^2 = c^2 - (a - x)^2$ persamaan (3)

Berdasarkan persamaan (1) dan (3) maka diperoleh bahwa:

$$c^2 - (a - x)^2 = b^2 - x^2$$
$$c^2 - (a^2 - 2ax + x^2) = b^2 - x^2$$
$$c^2 - a^2 + 2ax - x^2 = b^2 - x^2$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ax \qquad \text{persamaan (4)}$$

Substitusikan persamaan (2) ke (4) maka diperoleh:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a(x)$$

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ Cos\ C}$$

Dengan cara sama seperti di atas, dengan membuat garis tinggi dari masing-masing tiitk sudut yang lainnya yaitu ∠C dan ∠B maka akan diperoleh aturan cosinus untuk sisi-sisi yang lain sebagai berikut:

$\boxed{a^2 = c^2 + b^2 - 2bc\ Cos\ A}$ dan $\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ Cos\ C}$

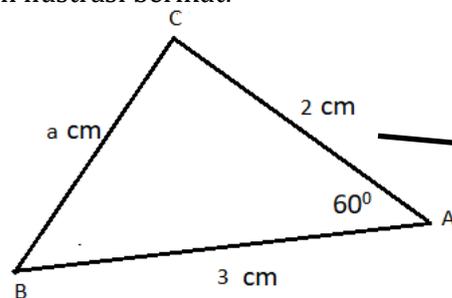
Cobalah untuk membuktikan dengan mengikuti langkah seperti nomor 1!

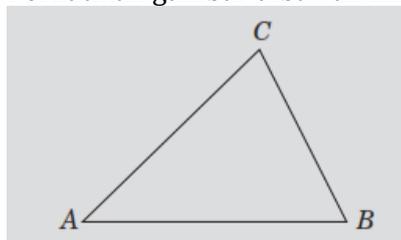
Untuk lebih kalian memahami Aturan Cosinus, maka perhatikan beberapa contoh berikut ini

Contoh 1.

Diketahui segitiga ABC dengan panjang b = 2 cm, c = 3 cm dan ∠A = 60^0. Maka tentukan panjang sisi a?

Jawaban:

Perhatikan ilustrasi berikut:

Contoh 2.

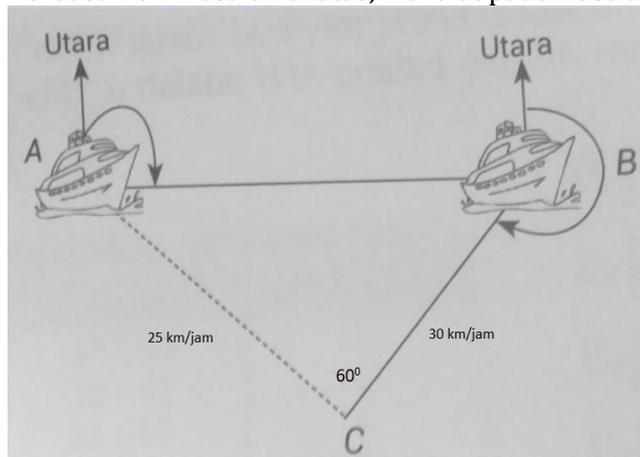
Perhatikan gambar dibawah ini!

Titik A dan C merupakan titik-titik ujung sebuah terowongan yang dilihat dari titik B dan besar sudut penglihatan ∠CBA = 60^0. Jika panjang AB = 2x meter dan BC = $\frac{3x}{2}$ meter, maka tentukan panjang terowongan?

Jawaban:
Melihat ilustrasi diatas, maka masalah tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan Aturan Cosinus. Mengapa?
Karena dari informasi yang diberikan diketahui 2 sisi apit dan 1 sudut yang diapit oleg 2 sisi tersebut.
Sehingga dapat diperoleh bahwa:

$$AC^2 = (2x)^2 + \left(\frac{3x}{2}\right)^2 - 2.2x.\frac{3x}{x}.Cos\ 60^0$$
$$= 4x^2 + \left(\frac{9x}{4}\right)^2 - 3x^2$$
$$= \frac{13}{4}x^2$$

Maka panjang terowongan adalah AC = $\frac{1}{2}\sqrt{13}x$

Contoh 3.
Dua buah kapal tanker berangkat dari titik yang sama dengan arah berbeda sehingga membentuk sudut 60^0. Kapal pertama bergerak dengan kecepatan 30 km/jam dan kapal kedua bergerak dengan kecepatan 25 km/jam. Tentukan jarak kedua kapal setelah berlayar selama 2 jam perjalanan?

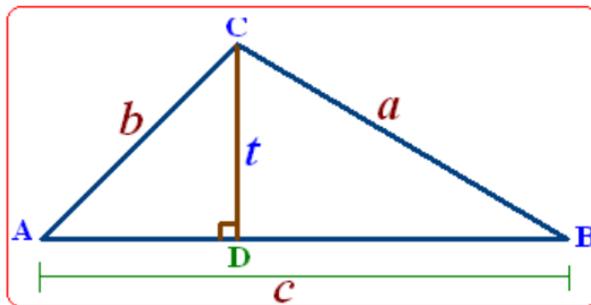
Jawaban:
Berdasarkan masalah di atas, maka dapat diilustrasikan sebagai berikut:

Misalkan kapal A dan B secara Bersama-samma bergerak dari titik C dan berlayar dengan membentuk sudut sebesar 60^0. Kapak A mempunyai kecepatan 30 km/jam dan kapal B mempunyai kecepatan 25 km/jam.

Kapal A dan B telah berlayar selama 2 jam, maka dengan menggunakan rumus bahwa s = v x t , dengan v adalah kecepatan dan t adalah lamanya kapal berlayar, maka jarak yang telah ditempuh oleh kapal A adalah:
S_A = 30 km/jam x 2 jam = 60 km
S_B = 25 km/jam x 2 jam = 50 km

Jarak antara kapal A dan B setelah 2 jam berlayar dapat ditentukan dengan menggunakan Aturan Cosinus:
Misalkan jarak antara kapal A dan B setelah berlayar selama 2 jam adalah AB, maka

$$AB^2 = (60)^2 + (50)^2 - 2..60.50\ Cos\ 60^0$$
$$= 3600 + 2500 - 3000$$
$$= 3100$$

Sehingga jarak antara kapal A dan B adalah $10\sqrt{31}$ km

b) Aturan Luas Segitiga
Perhatikan segitiga dibawah ini!

Perhatikan segitiga ACD.
Maka diperoleh bahwa $Sin\ A = \frac{t}{b}$ maka diperoleh bahwa t = b Sin A
Luas Segitiga dapat diperoleh dari:
Luas Segitiga ABC $= \frac{1}{2}$ x Alas x Tinggi $= \frac{1}{2}\ AB\ x\ CD = \frac{1}{2}\ x\ c\ x\ b\ Sin\ A$

Maka diperoleh bahwa:
Luas Segitiga ABC $= \frac{1}{2}\ x\ c\ x\ b\ Sin\ A$

Perhatikan segitiga DBC.
Maka diperoleh bahwa $Sin\ \boldsymbol{B} = \frac{t}{a}$ maka diperoleh bahwa t = a Sin B
Luas Segitiga dapat diperoleh dari:
Luas Segitiga ABC $= \frac{1}{2}$ x Alas x Tinggi $= \frac{1}{2}\ AB\ x\ CD = \frac{1}{2}\ x\ c\ x\ a\ Sin\ B$

Maka diperoleh bahwa:
Luas Segitiga ABC $= \frac{1}{2}\ x\ c\ x\ a\ Sin\ B$

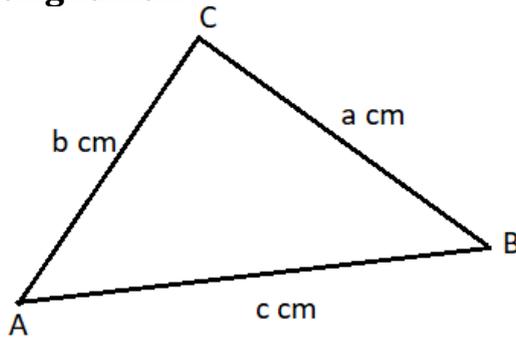
Dengan cara yang sama maka kita bisa peroleh juga bahwa:

Luas Segitiga ABC $= \frac{1}{2}\ x\ a\ x\ b\ Sin\ C$

Apakah kalian bisa mendapatkannya secara mandiri?

Contoh 1.
Diberikan segitiga ABC dengan panjang AC = 6 cm, BC = 8 cm dan besar sudut C sebesar 30^0. Luas segitiga ABC adalah....

Jawab.
Luas Segitiga ABC $= \frac{1}{2} . AC\ . BC\ Sin\ A = \frac{1}{2}\ 6\ x\ 8\ x\ Sin\ 30^0 = \frac{1}{2}\ x\ 6\ x\ 8\ x\ \frac{1}{2} = 12\ cm^2$

C. Rangkuman

Pada sembarang segitiga ABC dengan panjang masing-masing sisi adalah a, b dan c dan ∠A, ∠B dan ∠C maka berlaku **Aturan Cosinus** sebagai berikut:

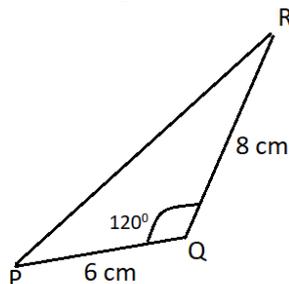
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ Cos\ C$$
$$a^2 = c^2 + b^2 - 2bc\ Cos\ A$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ Cos\ C$$

Pada sembarang segitiga ABC dengan dengan panjang masing-masing sisi adalah a, b dan c dan ∠A, ∠B dan ∠C maka berlaku **Aturan Luas Segitiga** sebagai berikut:

$$Luas\ ABC = \frac{1}{2} x\ a\ x\ b\ x\ Sin\ C = \frac{1}{2} x\ a\ x\ c\ x\ Sin\ B = \frac{1}{2} x\ b\ x\ c\ x\ Sin\ A$$

D. Latihan Soal

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran di atas, maka berlatihlah dengan soal-soal dibawah ini!

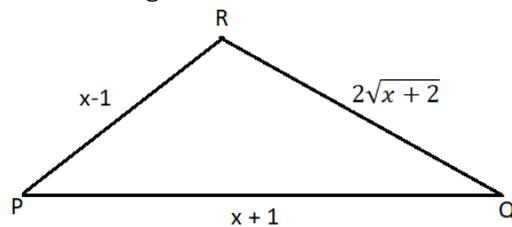
1. Perhatikan gambar berikut:

Panjang sisi PR adalah ....
   A. 10 cm
   B. $2\sqrt{37}$ cm
   C. $4\sqrt{37}$ cm
   D. $2\sqrt{48}$ cm
   E. $10\sqrt{48}$ cm

2. Diketahui segitiga ABC dengan panjang sisi AB = 9 cm, AC = 8 cm dan BC = 7 cm. Nilai Sin A adalah .....
   A. $\frac{2}{3}$
   B. $\frac{3}{4}$
   C. $\frac{1}{3}\sqrt{5}$
   D. $\frac{2}{3}\sqrt{5}$
   E. $\frac{15}{64}$

3. Diketahui segitiga ABC dengan $\angle C = 30^0$, AC = 2a dan BC = $2a\sqrt{3}$. Maka panjang AB adalah ....
   A. a
   B. 2a
   C. $2a\sqrt{5}$
   D. $2a\sqrt{2}$
   E. $4a\sqrt{3}$

4. Sebuah segitiga ABC dengan panjang AB = 8 cm, BC = 13 cm dan AC = 15 cm. Jika x adalah sudut yang dibentuk antara sisi AB dan AC, maka nilai Sin x . Tan x = ...
   A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
   B. $\frac{1}{2}$
   C. $\sqrt{3}$
   D. $\frac{3}{2}$
   E. $\frac{3}{4}$

5. Pada segitiga ABC dengan panjang $a = 2\sqrt{7}$, b = 4 dan c = 6, maka nilai dari Sin A = ...
   A. $\frac{1}{2}$
   B. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
   C. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
   D. $\frac{1}{3}\sqrt{2}$
   E. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

6. Perhatikan gambar dibawah berikut!

   Tentukan panjang sisi-sisi segitiga diatas?

7. Sebuah kapal berlayar ke arah timur sejauh 30 km. Kemudian kapal melanjutkan perjalanan dengan arah 30^0 sejauh 60 km. Tentukan jarak terhadap posisi kapal berangkat?

PEMBAHASAN LATIHAN SOAL

1. Jawaban: **B**
   Pembahasan:
   Dengan menggunakan Aturan Cosinus maka diperoleh:
   $PR^2 = 6^2 + 8 - 2.6.8.Cos\ 120^0$
   $PR^2 = 100 - 2.6.8.\left(-\frac{1}{2}\right)$
   $PR^2 = 100 + 48 = 148$
   Maka PR = $2\sqrt{37}$

2. Jawaban: **C**
   Pembahasan:
   Untuk menentukan nilai Sin A, maka terlebih dahulu dihitung nilai dari Cos A. Nilai Cos A diperoleh dengan menggunakan aturan cosinus.
   Aturan cosinus:
   $$Cos\ A = \frac{9^2 + 8^2 - 7^2}{2.9.8} = \frac{81 + 64 - 49}{2.9.8} = \frac{98}{144} = \frac{2}{3}$$
   Ingat tentang rasio trigonometri
   Dengan menggunakan rasio trigonometri, maka diperoleh bahwa:
   $$Sin\ A = \frac{\sqrt{9-4}}{3} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

3. Jawaban: **B**
   Pembahasan:
   Dengan menggunakan Aturan Cosinus maka diperoleh:
   $AB^2 = (2a)^2 + (2a\sqrt{3})^2 - 2.2a.2a\sqrt{3}\ Cos\ 30^0$
   $PR^2 = 4a^2 + 12a^2 - 12a^2$
   $PR^2 = 4a^2$
   Maka PR = 2a

4. Jawaban: **D**
   Pembahasan:
   Karena x merupakan sudut antara AB dan AC, maka dengan menggunakan aturan cosinus diperoleh:
   $$Cos\ A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2.AC.AB} = \frac{15^2 + 8^2 - 13^2}{2.15.8} = \frac{225 + 64 - 169}{240} = \frac{1}{2}$$
   Dengan menggunakan rasio trigonometri, maka diperoleh bahwa:
   $$Sin\ x.Tan\ x = \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{3}{2}$$

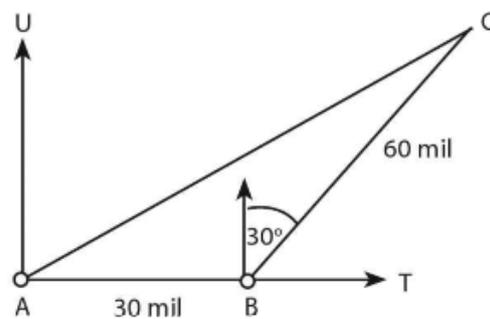
5. Jawaban: **C**
   Pembahasan:
   $$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$
   $$= \frac{(4)^2 + (6)^2 - (2\sqrt{7})^2}{2(4)(6)}$$
   $$= \tfrac{1}{2} \rightarrow A = 60^\circ$$
   $$\sin A = \sin 60^\circ = \tfrac{1}{2}\sqrt{3}$$

6. Jawaban: PQ = 6, PR = 4, RQ $= 2\sqrt{7}$

Pembahasan:
Untuk menentukan panjang sisi-sisi segitiga maka digunakan aturan cosinus.
Maka diperoleh bahwa:

$$\left(2\sqrt{x+2}\right)^2 = (x-1)^2 + (x+1)^2 - 2(x-1)(x+1)\ Cos\ 60^0$$
$$4\ (x+2) = x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 1)$$
$$4\ (x+2) = x^2 + 3$$

Maka diperoleh : $x^2 - 4x - 5 = 0$ → x = 5 atau x = -1.
Kita hanya ambil x = 5 karena jika x = -1 maka panjang PQ = 0 (Tidak mungkin).
Maka dengan x = 5, maka diperoleh
PQ = 5 + 1 = 6, PR = 5 – 1 = 4 dan RQ = $2\sqrt{2+5} = 2\sqrt{7}$

7. Jawaban: $30\sqrt{7}$ km
Pembahasan:
Masalah yang diatas dapat diilustrasikan sebagai berikut:

Jarak kapal terhadap posisi kapal perangkat adalah:

Jarak kapal terhadap posisi saat kapal berangkat adalah:

$$AC = \sqrt{(30)^2 + (60)^2 - 2(30)(60).\cos 120^\circ}$$
$$= \sqrt{900 + 3600 - 2(30)(60).(-\tfrac{1}{2})}$$
$$= \sqrt{6300} = \sqrt{900(7)} = 30\sqrt{7}$$

E. Penilaian Diri

Berilah tanda V pada kolom "Ya" jika kalian mampu dan "Tidak" jika belum mampu memahami kemampuan berikut:

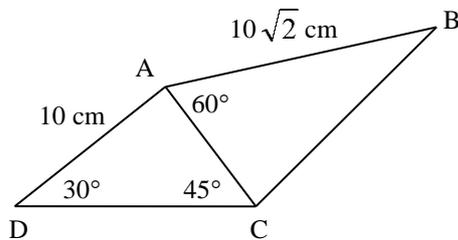
Kemampuan Diri	Ya	Tidak
Mampu menjelaskan Aturan Cosinus dalam sebuah segitiga sembarang		
Mampu menyelesaikan aturan cosinus dengan benar		
Mampu menyelesaikan masalah konstektual yang berhubungan dengan Aturan cosinus		
Mampu menjelaskan Aturan Luas Segitiga dalam sebuah segitiga sembarang		
Mampu menyelesaikan masalah konstektual yang berhubungan dengan Luas Segitiga		

Kalian bisa meneruskan ke materi berikut jika semua kolom diceklist "YA". Jika masih ada kolom yang "TIDAK", maka baca kembali dan kembali ke bagian awal dari modul ini.

EVALUASI

Kerjakan evaluasi di bawah ini dengan jujur untuk mengetahui sejauh mana kalian sudah memahami materi terkait dengan Aturan Sinus dan Aturan Cosinus!

PILIHAN GANDA.

1. Perhatikan gambar berikut ini!

Panjang BC adalah ...

A. $4\sqrt{2}$ cm
B. $6\sqrt{2}$ cm
C. $7\sqrt{3}$ cm
D. $5\sqrt{6}$ cm
E. $7\sqrt{6}$ cm

2. Pada segitiga ABC diketahui sisi a = 4 , sisi b = 6 cm dan sudut B = 45^0. Nilai cosinus sudut A adalah ...
   A. $\frac{1}{6}\sqrt{2}$
   B. $\frac{1}{6}\sqrt{6}$
   C. $\frac{1}{6}7$
   D. $\frac{1}{3}\sqrt{2}$
   E. $\frac{1}{3}\sqrt{7}$

3. Nilai sinus sudut A dalam segitiga ABC yang panjang sisi-sisnya : $a = \sqrt{7}$, b = 3 dan $c = 2$ adalah …
   A. $\frac{1}{4}\sqrt{3}$
   B. $\frac{1}{2}$
   C. $\frac{3}{4}$
   D. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
   E. $\frac{1}{6}\sqrt{35}$

4. Dalam segitiga PQR diketahui q = 8, r = 5 dan sudut P = 60^o, panjang sisi p = ...
   A. $\sqrt{7}$
   B. 7
   C. 8
   D. 9
   E. $\sqrt{63}$

5. Pada segitiga ABC diketahui panjang sisi AB = 10 cm dan AC = 12 cm dan sinB = $\frac{4}{5}$, maka nilai dari cosC = ...
   A. 1
   B. $\frac{1}{3}\sqrt{5}$
   C. $\frac{3}{4}$
   D. $\frac{2}{5}\sqrt{5}$
   E. $\frac{9}{10}$

6. Perhatikan gambar berikut ini!

Jika panjang lintasan langsung dari A ke C adalah $a\sqrt{7}$ dan dari A ke B adalah a, maka panjang jalan dari A ke C melalui B adalah …

A. $2\frac{1}{2}a$
B. $3a$
C. $3\frac{1}{4}a$
D. $2\frac{1}{4}a$
E. $4a$

7. Diketahui segitiga ABC. Panjang sisi AC = b m, sisi BC = a cm dan $a + b = 10$ cm. Jika sudut A = 30° dan sudut B = 60°, maka panjang sisi AB = …

A. $10 + 5\sqrt{3}$ cm
B. $10 - 5\sqrt{3}$ cm
C. $10\sqrt{3} - 10$ cm
D. $5\sqrt{3} + 5$ cm
E. $5\sqrt{3} + 15$ cm

8. Dari pelabuhan P, kapal A berlayar ke arah 45⁰ dengan kecepatan 30 km/jam, sedangkan kapal B berlayar ke arah 345⁰ dengan kecepatan 35 km/jam. Berapakah jarak kapal A dan kapal B setelah 2 jam?

A. $8\sqrt{41}$ km
B. $8\sqrt{43}$ km
C. $10\sqrt{41}$ km
D. $10\sqrt{43}$km
E. $11\sqrt{41}$km

9. Dua orang yaitu P dan Q berjalan, masing-masing dari tempat A dan tempat B, mulai dari saat yang sama menuju tempat C. Jika sudut BAC = 45⁰ dan agar kedua orang itu harus sampai di C pada waktu yang sama pula, berapa kalikah kecepatan P berjalan dibandingkan dengan kecepatan Q?

A. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ kali
B. $\sqrt{2}$ kali
C. 2 kali
D. $\sqrt{3}$ kali
E. $2\sqrt{2}$ kali

10. Luas suatu jajar genjang yang panjang sisi berturutan adalah 6 cm dan 9 cm, dan sebuah sudutnya sama dengan 60⁰ adalah …

A. 27 cm²
B. $27\sqrt{3}$ cm²
C. $\frac{27}{2}\sqrt{3}$ cm²
D. 45 cm²
E. 54 cm²

11. Pada segitiga ABC, diketahui bahwa a + b + c = 200. Jika besar sudut B = 30° dan besar sudut C = 120°, maka panjang sisi c = ...
    A. $200(\sqrt{3} - 3)$
    B. 200
    C. $200(2\sqrt{3} + 3)$
    D. $200(2\sqrt{3} - 3)$
    E. $200(\sqrt{3} + 3)$

12. Diketahui jari-jari lingkaran luar segi-12 beraturan adalah r. Luas segitiga-12 yang dpaat dibuat adalah ….
    A. $\frac{1}{4}r^2$
    B. $\frac{1}{2}r^2$
    C. $\frac{1}{2}r^2\sqrt{3}$
    D. $r^2\sqrt{3}$
    E. $3r^2$

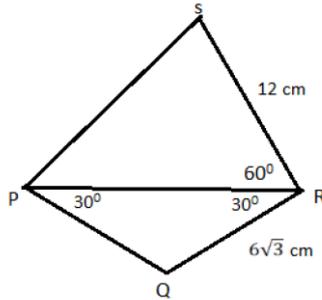
13. Diketahui besar ∠B = 45°, panjang BC = 12 cm dan panjang AB = 17 cm. Maka luas segitiga ABC adalah ... cm^2
    A. $91\sqrt{2}$
    B. $81\sqrt{2}$
    C. $71\sqrt{2}$
    D. $61\sqrt{2}$
    E. $51\sqrt{2}$

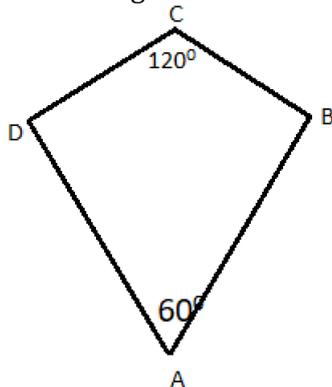
14. Nilai sinus sudut terkecil dari segitiga yang sisinya 5 cm, 6 cm dan $\sqrt{21}$ cm adalah …
    A. $\frac{1}{5}\sqrt{21}$
    B. $\frac{1}{6}\sqrt{21}$
    C. $\frac{1}{5}\sqrt{5}$
    D. $\frac{1}{6}\sqrt{5}$
    E. $\frac{1}{3}\sqrt{5}$

15. Dalam segitiga ABC diketahui b = 8 cm , c = 5 cm dan sudut A = 60°. Maka a = ….
    A. $\sqrt{7}$cm
    B. 7 cm
    C. 89 cm
    D. 49 cm
    E. $\sqrt{129}$ cm

16. Diketahui Δ ABC dengan panjang sisi AB = 3 cm, AC = 4 cm dan ∠CAB = 60°. CD adalah tinggi Δ ABC. Panjang CD = …
    A. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ cm
    B. $2\sqrt{3}$ cm
    C. 2 cm
    D. $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ cm
    E. $\sqrt{3}$ cm

17. Diketahui Δ PQR dengan PQ = 3 cm, PR = 5 cm dan $\angle$QPR = 60^o. Jika PS garis bagi $\angle$QPR, panjang PS = ...
    A. $\frac{20}{9}\sqrt{3}$ cm
    B. $\frac{20}{9\sqrt{3}}$ cm
    C. $\frac{45}{4}\sqrt{3}$ cm
    D. $\frac{20}{3}\sqrt{3}$ cm
    E. $\frac{10}{3}\sqrt{3}$ cm

18. Perhatikan gambar berikut!

Jika diketahui bahwa panjang PQ = PR, maka keliling segiempat PQRS adalah ....
A. $\left(12 + 3\sqrt{133} + 12\sqrt{3}\right)cm$
B. $\left(12 + 133\sqrt{3} + 12\sqrt{3}\right)cm$
C. $\left(18 + 12\sqrt{3}\ \right)cm$
D. $\left(18 + 12\sqrt{3}\ \right)cm$
E. $\left(24 + 12\sqrt{3}\ \right)cm$

19. Perhatikan gambar berikut ini!

Diberikan panjang AB = AD, BC = CD = 4 cm. $\angle$A = 60^0 dan $\angle$C = 120^0. Luas segiempat ABCD adalah ....
A. $4\sqrt{3}$ cm^2
B. $8\sqrt{3}$ cm^2
C. $12\sqrt{3}$ cm^2
D. $16\sqrt{3}$ cm^2
E. $18\sqrt{3}$ cm^2

20. Pada segitiga ABC diketahui sisi AB = 6 cm, AC = 10 cm dan sudut A = 60^o. Panjang sisi BC = ...
    A. $2\sqrt{19}$ cm
    B. $3\sqrt{19}$ cm
    C. $4\sqrt{19}$ cm
    D. $2\sqrt{29}$ cm
    E. $3\sqrt{29}$ cm

KUNCI JAWABAN

1. D
2. D
3. B
4. B
5. B
6. C
7. E
8. D
9. B
10. B
11. D
12. E
13. E
14. E
15. B
16. B
17. C
18. E
19. C
20. A

DAFTAR PUSTAKA

2017. "https://smatika blogspot.com." *ttps://smatika.blogspot.com/2017/01/pembuktian-aturan-sinus-dan-aturan.html.* Januari 30. Accessed September 9, 2020.

2020."https://www.catatanmatematika.com." h*ttps://www.catatanmatematika.com/2020/03/bank-soal-aturan-sinus-dan-pembahasan.html.* Maret 3. Accessed September 10, 2020.

Indonesia, Forum Tentor. 2016. *The King Bedah Tuntas SKL UN SMA IPA .* Yogyakarta: Forum Edukasi.

Sukismo. 2018. *Erlangga X-Press UN SMA/MA Program IPA.* Jakarta: Erlangga.